

Musik und Harmonik

Eine Einführung in die grundlegenden Gesetze
von Musik und Schwingung

Andreas Beutel

(c) Andreas Beutel 2007
Pythagoras-Institut
01307 Dresden
Käthe-Kollwitz-Ufer 26
Tel.: ++ 49 351 / 268 47 34
Email: dolphin@Pythagoras-Institut.de
<http://www.Pythagoras-Institut.de>

Musik / Harmonik

Am Anfang war das Wort. So lautet ein relativ bekannter Satz aus dem neuen Testament. Die meisten haben ihn in der einen oder anderen Form schon einmal gehört. Es ist die Kraft des Klanges und der Schwingung, die die Welt entstehen ließ. In jedem scheint eine Saite mitzuschwingen, als gäbe es ein in uns verborgenes Wissen um diese Aussage. Wie nahe wir der Wahrheit mit diesem Satz bereits sind, möchte ich mit diesem kleinen Text zeigen.

Alle Religionen, die eine Schöpfungsgeschichte enthalten, weisen immer wieder auf die Bedeutung des Klanges für die Erschaffung der Welt hin. Bei den australischen Aborigines wurde die Welt mit dem Klang des Didgeridoos ins Leben gerufen. Mit einer Aussage aus dem neuen Testament haben wir den Aufsatz begonnen. Doch eine Aufzählung von Klängen in den Religionen wäre unvollständig, ohne einmal den heiligen Laut Om oder Aum der östlichen Traditionen zu erwähnen.

Eine der Personen, die Ihr Lebenswerk der Erforschung und Bewußtwerdung des Klangs und des Hörens gewidmet haben, war Joachim Ernst Berendt. In unermüdlicher Kleinarbeit hat er aus allen Teilen der Welt Facetten, Weisheiten und Wissen zu diesem Themen zusammengetragen. So hieß denn neben dem Jazzbuch eines seiner bekanntesten Bücher „Nada Brahma – Die Welt ist Klang“. Doch was hat es damit auf sich?



Neben religiösen Schriften beschäftigten sich viele Philosophen, Künstler und Wissenschaftler mit der Möglichkeit, eines musikalischen Aufbaus der Welt. Der vielleicht bekannteste Lehrer in dieser uralten Tradition ist Pythagoras. Von ihm soll der Ausspruch stammen „Das Wesen des Kosmos ist die Zahl“, manchmal auch mit Harmonie übersetzt. Leider sind keine direkten schriftlichen Zeugnisse von ihm erhalten, obwohl seine Spuren unübersehbar sind und einige moderne Auffassungen der Wissenschaften perfekt vorausgeahnt haben.

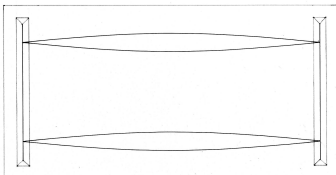
Der Legende nach entdeckte er in einer Schmiede den unterschiedlichen Klang verschiedener Stahlstäbe und Hämmer. Als er darin die Grundverhältnisse der Musik Oktave, Quinte, Quarte etc. zu entdecken glaubte, war sein Forscherdrang geweckt. Die daraufhin beginnende Suche nach den Maßverhältnissen der harmonischen Klangempfindungen führten ihn zu der

Entwicklung des Monochords und damit erstmals zu einer gemessenen Untersuchung eines menschlichen Sinnes.



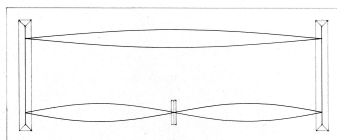
Was aber ist ein Monochord? Spannen wir auf einem Brett oder Resonanzboden eine Saite, so erhalten wir ein einfaches musikalisches Instrument, welches uns sehr tief in die innere Struktur der Musik führen kann. Um bei den

folgenden Experimenten besser vergleichen zu können, spannen wir eine zweite Saite und stimmen sie auf den gleichen Ton wie die erste Saite. Sozusagen unseren Referenzton.



Werden diese beiden Saiten nacheinander angerissen, erklingen beide in der gleichen Tonhöhe. Wir haben die Prim oder den Gleichklang gehört und auch erfahren. Während der Sehsinn eher nach außen führt und gleichsam unsere inneren Überzeugungen und Muster nach außen projiziert, führt das Hören nach innen. Unser Innerstes klingt mit dem eindringenden Ton. Wenn wir hier die Saitenlänge mit der Tonhöhe vergleichen, haben wir ein Frequenz- und Saitenverhältnis von 1/1. Möchten wir dieses Verhältnis nun auf einer einzelnen Saite

erfahren, schieben wir einen kleinen Holzkeil unter eine Saite, damit wir die Tonhöhe ändern können und zupfen abwechselnd links und rechts von diesem Steg an. Dabei stoßen wir auf unterschiedliche Wahrnehmungen. Mal klingen die beiden Abschnitte links und rechts vom Steg harmonisch miteinander, mal unharmonisch.



Haben wir jedoch den Gleichklang wiedergefunden, wird unsere Saite genau in der Mitte geteilt. Müßten wir eine Strecke in der Mitte teilen und würden wir dies mit Augenmaß durchführen, wäre immer ein Fehler dabei. Das Ohr jedoch läßt sich nicht täuschen. Es findet mit sehr hoher Genauigkeit selbst kleinste Unterschiede in der Tonhöhe.

Vergleichen wir nun einen Abschnitt der halbierten Saite mit unserem Ursprungston auf der zweiten Saite, erleben wir die Oktave. Als Klangerlebnis bleibt sie spannungsfrei, wiederholt gleichsam ihren Vorgänger auf einer höheren Ebene. Messen wir jetzt nach, hat sich die Saitenlänge halbiert, die Tonhöhe jedoch verdoppelt. Sie verhalten sich wie 1/2 oder 2/1. Von unserem Grundton ausgehend, bewegen sich jetzt Tonhöhe und Saitenlänge immer in entgegengesetzte Richtungen. Wird die Saitenlänge verkürzt, steigt die Höhe des Tones an.

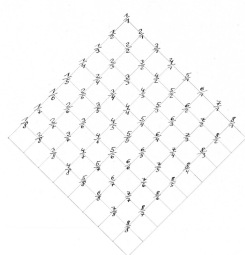
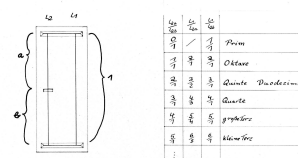
Nach dem gleichen Prinzip wie eben versuchen wir jetzt die Erfahrung der Oktave auf einer Saite nachzuvollziehen. Wir teilen sie in drei imaginäre Teile und schieben den Holzkeil unter den Knoten beim ersten Drittel. Wir hören die Oktave im Verhältnis 1/2 auf einer Saite. Führen wir hier jedoch wieder den Vergleich mit unserem Grundton durch, begegnen wir einer neuen Erfahrung. Der Klang unseres Grundtones gefolgt von dem Ton mit 2/3

Saitenlänge läßt eine Spannung im Raum entstehen. Oder sollte ich besser sagen in unserem Ohr? Wer ein bißchen musikalisches Gehör besitzt, merkt, daß scheinbar ein Raum geöffnet wird, gleichsam das Ohr aber mit einem schließenden Ton antwortet.

Bilden wir das Verhältnis von Grundsaiten zu längerer Saite, erhalten wir das Verhältnis 3/2. Musikalisch gesehen sieht es wieder umgekehrt aus. Der Grundton steht im Verhältnis 2 zu 3 zu unserem neuen Ton. Auf unsere normale Tonleiter bezogen, würden wir ausgehend von dem Ton C, zu dem höher gelegenen Ton G gelangen – der Quinte.

Gehen wir auf die Suche nach dem Ton, der die entstandene Spannung wieder schließt, werden wir zur Oktave geführt. Der Tonabstand, der von der Quinte mit 2/3 zur nächsten Oktave des Grundtones liegt, ist das Verhältnis 3/4 – die Quarte. Während die Quinte einen Tonraum öffnet, schließt ihn die Quarte wieder.

Setzen wir jetzt die im Vergleich der zwei Saiten gefundenen Tonverhältnisse auf einer Saite ein, entstehen wieder neue ganzzahlige Proportionen. Viele davon kennen wir durch unsere harmonischen Tonleitern. Sie bestehen immer aus ganzzahligen Brüchen. Auf diese Art und Weise können wir uns durch das ganze Reich der Töne bewegen. Mathematisch würde der Weg so wie in der Abbildung rechts aussehen.



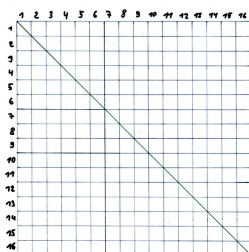
Was wir bis jetzt gesehen haben, war nur ein ganz kleiner Ausschnitt der inneren Struktur der Musik. Und doch baute er auf ganzen Zahlen und deren Verhältnissen auf. Ein einfacher Schlüssel zum Verständnis des gesamten Spektrums der Musik und Schwingungen ist das sogenannte Lambdoma.

Abgeleitet von dem griechischen Buchstaben Lambda ist es eine Matrix, die einen Zugang erlaubt zu den Verhältnissen, die die Musik ausmachen, zur Wahrnehmung des Menschen. Das Lambdoma führt in die Welt der Zahlen hinein und weit darüber hinaus.



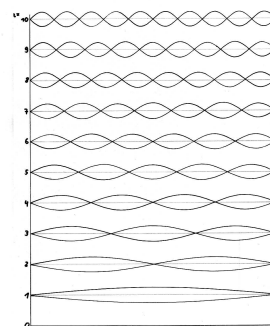
Um ein Lambdoma zu erstellen, zeichnen wir ein Gitternetz und tragen auf der waagerechten Achse alle Zahlen in der Folge 1 2 3 4 5 6 usw. auf. Der Einfachheit halber hier nur bis 16. Das gleiche wird dann mit der senkrechten Achse nach unten am linken Rand getan. Nun werden die Kästchen in der Mitte mit den entsprechenden Verhältnissen ausgefüllt. Im Zähler die X - Koordinate, im Nenner die Y - Koordinate. Die zweite Zeile sieht also so aus:

1 1/1 2/1 3/1 4/1 ... usw. bis 16/1.



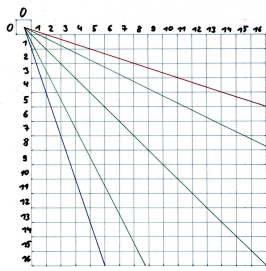
Innerhalb dieser Matrix lassen sich jetzt markante Punkte verbinden. Auf der Diagonale von links oben nach rechts unten, finden wir die Verhältnisse 1/1, 2/2, 3/3 usw. Sie alle stehen für unseren Grundton, da sie identisch mit dem Tonverhältnis eins zu eins sind. Damit lassen sie sich alle in einer Linie verbinden – einer Gleichtonlinie. Da diese Linie unserem Grundton entspricht, wird dieser manchmal auch Zeugerton genannt. Eine weitere Gleichtonlinie läßt sich so beispielsweise mit den Verhältnissen 1/2, 2/4, 3/6 zeichnen – der oberen Oktave zu unserem Grundton.

Die grafische Darstellung der Vorgänge auf dem Monochord weiter oben war bis dahin nur eine Vereinfachung. Der Einfachheit halber habe ich nur einen Schwingungsbogen eingezeichnet. Wenn ich eine Saite anreißer oder spiele, klingen tatsächlich unendlich viele Töne mit, alle, die zwischen die beiden Stege des Instruments passen. Also neben dem Grundton mit einem Schwingungsbogen klingt auch der erste Oberton mit zwei Bäuchen mit. Danach folgen drei, vier und immer mehr Auslenkungen. Die Reihe der Töne, die hier mitklingt, heißt Obertonreihe. Sie besteht immer aus ganzzahligen Vielfachen des Grundtones. Da die beiden Enden an den Stegen fixiert sind, passen immer nur ganzzahlige Verhältnisse auf eine Saite.



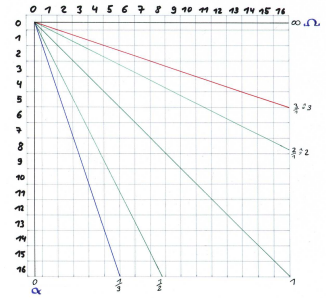
Kehren wir nach dieser kleinen Einfügung wieder zum Lambdoma zurück, so können wir neben der Gleichtonlinie der 2/1, welche die obere Oktave darstellte, auch die Linie mit den Verhältnissen 1/2 2/4 3/6 etc. bilden. Es ist die Oktave, die unter unserem Grundton liegt, ein Teil der Untertonreihe. Gleichtonlinien nach diesem Prinzip lassen sich viele einzeichnen. Wir finden sie als nächstes bei 1/3, 2/6, oder 3/1, 6/2 ... usw.

Zeichnen wir in der grafischen Darstellung mehrere Gleichtonlinien des Oberton und Untertonspektrums ein, fällt jedoch auf, daß alle Linien auf einen Punkt zustreben, der außerhalb unserer Matrix zu liegen scheint.

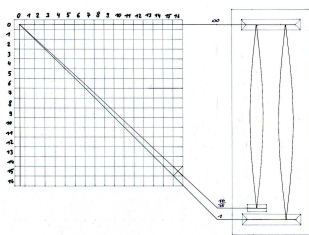


Dieser Verdacht läßt sich mit einer einfachen Konstruktion bestätigen. Wenn wir alle Linie verlängern, kommen wir zu dem Punkt 0/0, dem verborgenen Ursprung unserer Matrix. Wenn wir die strengen Regeln der Mathematik mal etwas frei betrachten, ist er ein kleines Kuriosum. Eine Zahl durch sich selber dividiert ergibt 1. Null durch eine Zahl ist gleich Null. Eine Zahl durch Null ist nicht definiert, hat aber den Grenzwert unendlich. Also könnte man sagen, wir haben hier alle drei Fälle auf einmal. Null, Eins und Unendlich.

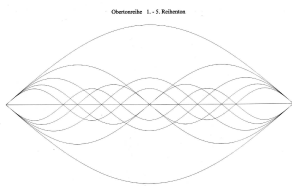
Mit diesem Wissen wird das Lambdoma erst richtig vollständig. Wir ergänzen es oben um eine waagerechte Reihe 1/0 2/0 3/0 usw. und finden hier unseren unendlichen Pol. Die senkrechte Achse wird links um eine Reihe erweitert: 0/1 0/2 0/3 etc. was immer Null ergibt, das Gegenstück zur Unendlichkeit..



Bezogen auf die Experimente mit dem Monochord haben wir die Diagonale, unseren Grundton, manchmal auch Zeugerton genannt, mit dem alles begann. Nach oben steigt die Tonhöhe der einzelnen Zeiger immer mehr an, bis wir uns der unendlich hohen Frequenz nähern. Bewegen wir unseren Zeiger mit 0/0 als Drehpunkt nach unten, spielen wir die Untertonreihe. Bis hinunter zum Stillstand. Null. Die beiden neuen Achsen Null und Unendlich kann man auch anders bezeichnen. Alpha und Omega – Der Anfang und das Ende. Es ist die ganze Matrix, in der sich die Musik oder eine musikalische Schöpfung abspielt.

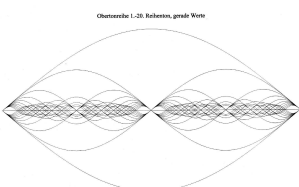
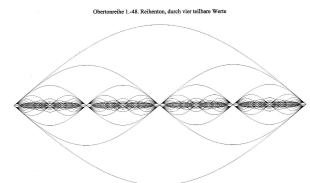


Geometrisch gesehen können wir es noch einmal auf das Monochord beziehen. Die obere Achse – unendlich – wird mit einem Steg verbunden, die Diagonale mit dem anderen. Nun läßt sich jeder einzelne Ton mit dieser Matrix konstruieren, indem wir den gewünschten Punkt, hier 15/16tel, mit dem Ursprung verbinden und nach rechts führen. Wird die Saite an dieser markierten Stelle abgeklemmt, erklingt genau dieses Verhältnis.



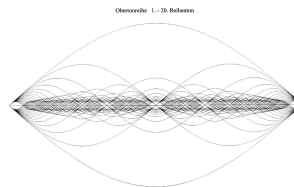
Wollen wir jetzt die innere Struktur der Obertonreihe verstehen, zeichnen wir nacheinander alle dazugehörigen Töne auf. Die Amplitude nimmt hier im gleichen Verhältnis ab, wie die Frequenz zunimmt. Der Grundton, der erste Reihenton sozusagen, hat die Amplitude 1. Der 2. Obertonreihenton $\frac{1}{2}$, der 3. $\frac{1}{3}$ usw... Nur die Auflösung unserer Zeichengeräte setzt hier die Grenzen.

Nach dem 20. Reihenton sehen wir schon die ersten Strukturen hervortreten. Töne mit einem geraden Faktor gehen durch den Mittelpunkt. Ungerade Töne dagegen meiden ihn.



Stellen wir das gleiche Bild nur mit dem Grundton und den geraden Obertönen dar, beginnt sich bereits ein Muster abzuzeichnen.

48 Töne erweitert und mit den Vielfachen von 8 dargestellt, worum es hier geht. Die Obertonreihe und damit Inneren holographisch oder fraktal aufgebaut. In einem gleichen Oktaven, darin wieder jeweils zwei. Auf die also vier, dann acht, dann sechzehn Oktaven.



Die selbe Darstellung aufstellt, zeigt plötzlich sehr die Musik ist in ihrem Ton befinden sich zwei Gesamtlänge bezogen

Wenn wir in ein solches Muster hineingehen, können wir lernen, wie es innen aufgebaut ist. Dieses Wissen führt uns aber unweigerlich dazu, auch darüber hinauszuwachsen. Wenn wir wissen, daß sich in unserem Grundton zwei gleiche Oktaven befinden, zeigt sich sehr schnell, daß neben diesem Grundton noch ein zweiter liegen muß. Beide werden von einem noch tieferen Ton umschlossen. Dieser wiederum ist natürlich auch nur Teil eines noch tieferen Tones und seiner Obertonreihe.

Unser Monochord ist jetzt doppelt so lang. Aber auch da ist noch nicht Schluß. Wir könnten es jetzt weiter verdoppeln, vervierfachen, achtmal so lang bauen etc. Natürlich läßt sich diese Betrachtung unendlich weit nach außen führen, genauso, wie sie unendlich weit hinein führt. Wohl deshalb wird der Obertongesang als eine der kraftvollsten transzendierenden Erfahrungen praktiziert und erfahren, da er eine Pforte in beide Unendlichkeiten für die musikalische Wahrnehmung öffnet.

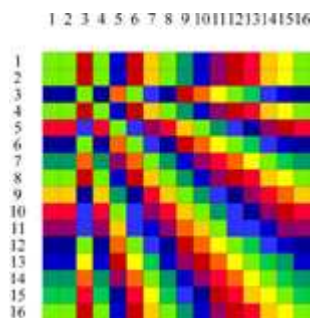
Es ist der gleiche Weg, den jedes Lebewesen geht. Am Beispiel des Menschen ist die ursprüngliche weibliche Eizelle 200 mal so groß wie eine normale Körperzelle. Nach der ersten Teilung ist jede einzelne Zelle nur noch 100fach. Im Viererpaket je 50fach. Die ersten Acht Zellen haben eine Größe von je 25facher Körpergröße. Mit jeder Zellteilung werden die einzelnen Zellen immer kleiner. Dies funktioniert allerdings nur bis zu einem bestimmten Maß. Ab einem bestimmten Punkt wird nicht mehr weiter nach Innen geteilt, sondern das Wesen wechselt seine Wachstumsrichtung, um nach außen zu wachsen und sozusagen zu zeigen, was es gelernt hat.

Die verschiedenen Ebenen des Lambdomas gehen noch viel tiefer. Viele hochsensible Künstler, Musiker und Medien haben einen Zusammenhang zwischen Farben und Tönen gesehen oder gespürt. Menschen mit Synästhesie, wie diese Phänomen genannt wird, können einzelne Töne sehen, schmecken oder mit einem anderen „gänzlich unmusikalischen“ Sinn wahrnehmen. Sogar unsere Sprache weiß um die Zusammenhänge zwischen Farbe und Musik. Wir sagen gelegentlich: Farbton, oder „Diese Farben harmonieren miteinander.“ Dies sind nur einzelne Beispiele. Im menschlichen Umgang sprechen wir oft davon, in welcher Stimmung (!) wir heute sind, oder daß wir mit einem anderen Menschen auf einer Wellenlänge liegen oder eben gar nicht miteinander harmonieren.

System	C	D	E	F	G	A	B	C
A. Steiner	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
B. Schopenhauer	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
C. Carl Loef	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
D. A. Loef	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
E. J. Hoffmann	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
F. H. Steiner	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
G. H. Steiner	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
H. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
I. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
J. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
K. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
L. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
M. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
N. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
O. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
P. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
Q. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
R. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
S. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
T. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
U. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
V. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
W. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
X. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
Y. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb
Z. Cousto	rot	gelb	blau	rot	gelb	blau	rot	gelb

Ein Vergleich der einzelnen Systeme synästhetischer Künstler zeigt teilweise recht große Unterschiede. Die Grundlage für die große Übersicht links stammt aus Carl Loef's Buch „Farbe Musik und Form.“ Für diese Darstellung wurde es etwas erweitert um neuere Systeme und farbig ausgemalt. Das vielleicht verständlichste System stammt aus dem Buch von Hans Cousto „Die kosmische Oktave.“ In der Darstellung links befindet es sich in der untersten Zeile. Da es sozusagen das logischste ist, möchte ich dieses System hier verwenden.

Ausgehend von der Annahme, daß die Oktave einen Grundton auf einer höheren Ebene wiederholt, wird bei Cousto jeder einzelne Ton unserer chromatischen Tonleiter solange oktaviert, bis er den Bereich des sichtbaren Lichtes erreicht. Damit läßt sich jeder Frequenz eine Farbempfindung aus dem Spektrum des Lichtes zuordnen. C ist Grün, G wird als Orange empfunden etc..

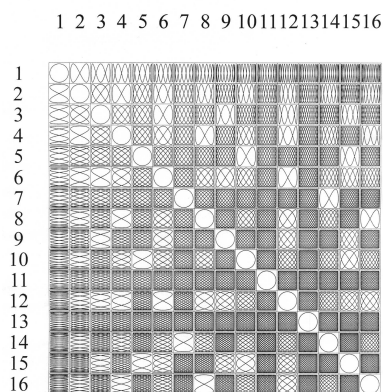


Wenn ich das Lambdoma von 0 bis 16 benutze und von einem Zeugerton C ausgehend nun jedem Ton eine Note unserer Tonleiter zuweise, wird die Darstellung sehr schnell unübersichtlich. Fülle ich dagegen die einzelnen Felder mit den entsprechenden Farben nach obigem System auf, ergibt sich ein völlig neuer Blickwinkel auf dieses Bild der Musik.



Neben den verschiedenen Darstellungen oben läßt sich das Lambdoma auch in der dritten Dimension darstellen. Jeder Ton entsprach ja einer bestimmten Wellenlänge, also einem Längenmaß. Damit kann man die gleiche Matrix aus einzelnen Stäben aufbauen. Der Grundton ist zum Beispiel

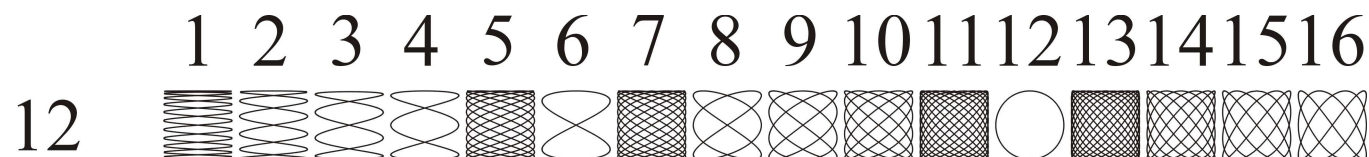
1cm lang. Der 8te Ton der Untertonreihe 8 cm, der 8te Reihenton der Obertöne dementsprechend 1/8 cm. Von der einen Seite aus gesehen steigen die Wellenlängen linear an, immer in Richtung der Untertonreihe, in der anderen hyperbelförmig, in Richtung der Obertonreihe. Wir erhalten so einen Weg, Musik neu zu begreifen.



Das Grundprinzip des Lambdomas war es, zwei Töne im rechten Winkel miteinander reagieren zu lassen. Zeichnen wir nun die Formen auf, die entstehen, wenn sich zwei Schwingungen begegnen, erhalten wir sogenannte Lissajousfiguren. Zwei Töne gleicher Frequenz, die sich im rechten Winkel begegnen, ergeben bei entsprechender Phasenlage einen Kreis. Aus zwei Tönen im Verhältnis 1 : 2 entsteht die Form einer 8, da in der einen Frequenz oder Richtung zwei Schwingungen durchlaufen werden, während in der anderen nur eine durchlaufen wird. Mit diesem Trick erhalten wir wieder eine neue Ebene des Lambdomas, die links zu sehen ist.

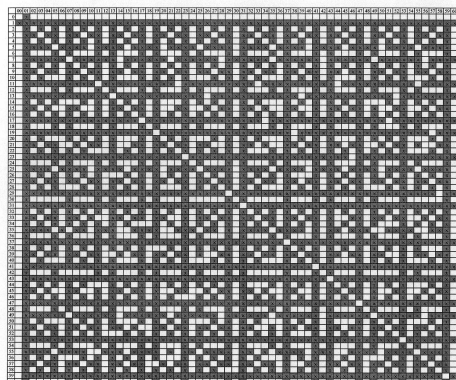
Auf dieselbe Art und Weise lassen sich über den gleichen Schlüssel sehr viele Ebenen unserer Realität miteinander verbinden. Die menschliche DNS und das chinesische I Ging beruhen beide auf einer 8x8 Matrix. Das Periodensystem und chemische Reaktionen sind im Grunde nach musikalischen Gesetzen aufgebaut. (Warum hat das Periodensystem acht Hauptgruppen? Warum sind Atomverhältnisse immer ganzzahlig?) usw.

Zum Abschluß möchte ich jedoch noch einen anderen Weg zeigen, der uns direkt in die Welt der Zahlen führt.



Ausgehend von der Lissajousdarstellung betrachten wir noch einmal die Gleichtonlinien, die wir im einfachen Lambdoma gefunden haben. Entlang einer Linie finden sich immer wieder die gleichen Strukturen. Das Muster, was wir bei 1/2 finden, findet sich auch bei 2/4, 3/6 oder eben bei 8/16 wieder. In diesem Fall ist es eine stehende Acht. Dies liegt daran, daß sich die entsprechenden Verhältnisse auf einen ursprünglichen kleineren Bruch kürzen lassen.

Wenn wir die waagerechte Reihe der Zahl zwölf einmal näher betrachten, finden wir Strukturen, die aus der Betrachtung von komplexen Systemen und deren Entwicklung gut bekannt sind. Betrachten wir den Zustand unseres Systems anhand der Figur ganz links beim Verhältnis 1/12, sehen wir einen recht komplexen Zustand, in dem eine innere Ordnung schwer zu erkennen ist. Je weiter sich das System nach rechts entwickelt, desto klarer wird die Struktur. Wenn wir beim Verhältnis 4/12 angekommen sind, könnte man meinen, es würde immer so weitergehen. Dem ist aber nicht so. Das Verhältnis 5/12 bricht völlig aus dem Rahmen und hat sogar noch weniger Struktur, als das Anfangsverhältnis 1/12. Dieses Ausbrechen aus der scheinbaren linearen Verbesserung der Struktur ist aber Bedingung, damit unser System eine höhere Stufe der Ordnung erreichen kann. Das nächste Verhältnis 6/12 löst sich dann wieder ganz klar in eine stehende 8 auf, das Verhältnis 1/2. Danach, bei der Zahl 7, fällt es wieder in einen ähnlich komplexen Zustand wie bei der Zahl 5. Wenn man jetzt erwarten würde, das System würde bei 8/12 einen noch klareren Zustand als bei 6/12 erreichen, sieht sich auch hier enttäuscht. Jetzt beginnt eine Reihe, wo die bei 6/12 erreichte Ordnung systematisch wieder auseinander bricht. Genau betrachtet, spiegelt sich der Ordnungszustand an der Zahl 6 in unserem Beispiel. Den chaotischsten Zustand erreichen wir dann bei 11/12. Dies alles war aber wieder nur Vorbereitung für die nächste und beste „Auflösung“, die Begegnung der Zahl 12 mit sich selbst. Auffallend hier wieder die Zahlen 5, 7, 11 und 13, die eben Primzahlen sind und keinerlei gemeinsamen Teiler mit der Zahl 12 haben können.



Wir ändern nun die Darstellung des Lambdomas ein letztes Mal. Wir füllen jetzt jedes Feld dunkel aus, wenn das entsprechende Verhältnis zum ersten Mal auftaucht. Kam es bereits einmal vor, so bleibt es weiß. Am Beispiel der Diagonale wird das Feld 1/1 dunkel dargestellt, die anderen Felder 2/2, 3/3 usw. dagegen weiß. Bei der eben betrachteten Reihe der Zahl 12 wären es 1/12, 5/12, 7/12, 11/12 und 13/12, die wir dunkel ausmalen müßten.

In dieser neuen Darstellung des Lambdoma zeigen sich sehr schnell tieferliegende Strukturen in der Zahlenlandschaft. Auffallend sind hier

die fraktalen Strukturen, die sich ergeben. In der Abbildung links sehen sie ein großes Kreuz mit senkrechten und waagerechten Achsen. Dieses deutet sich aber verschachtelt bereit in kleineren Formen an.

Ebenfalls auffallend ist ein Kreuz, das aus den Diagonalen gebildet wird. Auch hier gibt es wieder parallele Linien, die unterschiedlich klar hervortreten. Auch Primzahlen lassen sich sehr schön in dieser Darstellung erkennen. In der Grafik erkennen wir eine Primzahl an der durchgehend schwarzen Linie, die nur in der Mitte in der Begegnung mit ihrem waagerechten Spiegelbild eine Auflösung erfährt. Direkt damit verbunden ist das Phänomen der Primzahlzwillinge. Primzahlzwillinge treten immer dann auf, den zwei Primzahlen nebeneinander liegen, nur durch eine gerade Zahl getrennt. In der Grafik zu sehen als zwei dicht beieinanderliegende senkrechte dunkle Linien, die nicht unterbrochen sind. Primzahlen lassen sich so immer bei Plus oder Minus 1 von einem Vielfachen von 6 finden. Nicht immer, aber wenn überhaupt, dann nur an einer solchen Position. Gegenbeispiel ist hier die 35. Eins kleiner als 36, aber auch Produkt aus 5 und 7 die damit Teiler sind. Somit finden wir mehrere weiße Felder in der entsprechenden Spalte.

Längere Zeit nachdem ich die letzte beschriebene Grafik bei der intensiven Beschäftigung mit der inneren Struktur der Musik und der Zahlen gefunden habe, bin ich in der Bibliothek auf ein Buch gestoßen, das einen kleinen Ausschnitt eben dieser Grafik auf dem Titel trägt. Der Autor zitiert hier ein Bild, in dem ein Franzose unabhängig von mir zu einer ähnlichen Grafik gekommen war. In der Darstellung auf dem Buchtitel beginnt die „Zahlenlandschaft“ links unten und nicht oben, wie in meiner Darstellung. In dem kurzen Text zum Umschlagsbild ist beschrieben, daß die Dichte der gefärbten Punkte des unendlich gedachten Quadrates $6/\pi^2$ beträgt. (Quellenangabe innerhalb des Buches zur Darstellung: Merveilleux nombres premiers, Jean-Paul Delahaye, Pour La Science, 2000) Leider finden sich im Rest des Buches keine weiteren Angaben zu der Grafik.

Literaturhinweise:

Joachim Ernst Berendt , "Nada Brahma, Die Welt ist Klang"

Rowohlt Taschenbuch Verlag

Hans Cousto , "Die kosmische Oktave"

Synthesis , ISBN 3-922026-24-9

Fritz Dobretzberger / Johannes Paul , "Farbmusik"

1993 Simon + Leutner Verlag, ISBN 3-922389-58-9

Rudolf Haase , "Harmonikale Synthese"

Beiträge zur Harmonikalen Grundlagenforschung , Wien 1980 , ISBN 3-85151-032-1

Carl Loef , "Farbe Musik Form - Ihre bedeutenden Zusammenhänge"

Musterschmidt Göttingen Frankfurt Zürich 1974,

Peter Neubäcker (Hrsg.) , "Harmonik und Glasperlenspiel"

Verlag Peter Neubäcker , ISBN 3-930577-03-8

Helmut Reis , "Natur und Harmonik"

Verlag für systematische Musikwissenschaft , Bonn 1993 , ISBN 3-922626-67-0

Scheid, Harald: Zahlentheorie; Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg Berlin 2003, 3. Auflage